

seu  $DRrd$  componunt. Bisecentur  $Aa$  &  $aB$  in  $P$  &  $O$ , & erit  $\frac{1}{2} aB$  seu  $OB$  æqualis  $CP$ , ideoque  $DR$  est ad  $DK$  ut  $CP$  ad  $CF$  vel  $CM$ , & divisim  $KR$  ad  $DR$  ut  $PM$  ad  $CP$ . Ideoque cum punctum  $M$ , ubi corpus versatur in medio oscillationis loco  $O$ , incidat circiter in punctum  $P$ , & priore oscillationis parte versetur inter  $A$  &  $P$ , posteriore autem inter  $P$  &  $a$ , utroque in casu æqualiter a puncto  $P$  in partes contrarias errans: punctum  $K$  circa medium oscillationis locum, id est e regione puncti  $O$ , puta in  $V$ , incidet in punctum  $R$ ; in priore autem oscillationis parte jacebit inter  $R$  &  $E$ , & in posteriore inter  $R$  &  $D$ , utroque in casu æqualiter a puncto  $R$  in partes contrarias errans. Proinde area quam linea  $KR$  describit, priore oscillationis parte jacebit extra aream  $BR Sa$ , posteriore intra eandem, idque dimensionibus hinc inde propemodum æquatis inter se; & propterea in casu priore addita areæ  $BR Sa$ , in posteriore eidem subducta, relinquet aream  $BKTa$  areæ  $BR Sa$  æqualem quam proxime. Ergo rectangulum  $Aa \times \frac{1}{2} aB$  seu  $AaO$ , cum sit æquale areæ  $BR Sa$ , erit etiam æquale areæ  $BKTa$  quamproxime. Q. E. D.

*Corol.* Hinc ex lege resistentiæ & arcuum  $Ca, CB$  differentia  $Aa$ , colligi potest proportio resistentiæ ad gravitatem quam proxime.

Nam si uniformis sit resistentia  $DK$ , figura  $aB K k S$  rectangulum erit sub  $Ba$  &  $DK$ , & inde rectangulum sub  $\frac{1}{2} Ba$  &  $Aa$  æqualis erit rectangulo sub  $Ba$  &  $DK$ , &  $DK$  æqualis erit  $\frac{1}{2} Aa$ . Quare cum  $DK$  sit exponens resistentiæ, & longitudo penduli exponens gravitatis, erit resistentia ad gravitatem ut  $\frac{1}{2} Aa$  ad longitudinem Penduli; omnino ut in Propositione XXVIII. demonstratum est.

Si resistentia sit ut velocitas, Figura  $aB K k S$  Ellipsis erit quam proxime. Nam si corpus, in Medio non resistente, oscillatione integra describeret longitudinem  $BA$ , velocitas in loco quovis  $D$  foret ut circuli diametro  $AB$  descripti ordinatim applicata  $DE$ . Proinde cum  $Ba$  in Medio resistente &  $BA$  in Medio non resistente, æqualibus circiter temporibus describantur; adeoque velocitates

locitates in singulis ipsius  $Ba$  punctis, sint quam proxime ad velocitates in punctis correspondentibus longitudinis  $BA$ , ut est  $Ba$  ad  $BA$ ; erit velocitas  $DK$  in Medio resistente ut circuli vel Ellipseos super diametro  $Ba$  descripti ordinatim applicata; adeoque figura  $BKVTa$  Ellipsis, quam proxime. Cum resistentia velocitati proportionalis supponatur, sit  $OV$  exponens resistentiæ in puncto Medio  $O$ ; & Ellipsis, centro  $O$ , semiaxibus  $OB$ ,  $OV$  descripta, figuram  $aB K VT$ , eique æquale rectangulum  $Aa \times BO$ , æquabit quam proxime. Est igitur  $Aa \times BO$  ad  $OV \times BO$  ut area Ellipseos hujus ad  $OV \times BO$ : id est  $Aa$  ad  $OV$  ut area semicirculi, ad quadratum radii sive ut  $11$  and  $7$  circiter: Et propterea:  $\frac{1}{2} Aa$  ad longitudinem penduli ut corporis oscillantis resistentia in  $O$  ad ejusdem gravitatem.

Quod si resistentia  $DK$  sit in duplicata ratione velocitatis, figura  $BKTVa$  Parabola erit verticem habens  $V$  & axem  $OV$ , ideoque æqualis erit duabus tertiis partibus rectanguli sub  $Ba$  &  $OV$  quam proxime. Est igitur rectangulum sub  $\frac{1}{2} Ba$  &  $Aa$  æquale rectangulo sub  $\frac{2}{3} Ba$  &  $OV$ , adeoque  $OV$  æqualis  $\frac{3}{4} Aa$ , & propterea corporis oscillantis resistentia in  $O$  ad ipsius gravitatem ut  $\frac{3}{4} Aa$  ad longitudinem Penduli.

Atque has conclusiones in rebus practicis abunde satis accuratas esse censeo. Nam cum Ellipsis vel Parabola congruat cum figura  $BKVTa$  in puncto medio  $V$ , hæc si ad partem alterutram  $BKV$  vel  $VTa$  excedit figuram illam, deficiet ab eadem ad partem alteram, & sic eidem æquabitur quam proxime.

Prop. XXXI. Theor. XXIV.

*Si corporis oscillantis resistentia in singulis arcuum descriptorum partibus proportionalibus augeatur vel minuat in data ratione; differentia inter arcum descensu descriptum & arcum subsequente ascensu descriptum, augebitur vel diminuetur in eadem ratione quamproxime.*

Oritur enim differentia illa ex retardatione Penduli per resistentiam